

Funciones positivas como sumas de cuadrados

Resumen

Cada función racional sin valores negativos en una variedad (lisa) real es una suma de cuadrados de funciones racionales. Eso fue mostrado por E. Artin unos 30 años después que Hilbert lo postuló como problema no. 17 de su famosa lista de los 23 problemas.

E. Witt ha dado una prueba alternativa en el caso de curvas, que además da una cota para el número de cuadrados necesarios.

Vamos a discutir esta prueba de Witt, en particular, su conexión con un principio local-global para formas cuadráticas.

Después, consideraremos otros ejemplos donde principios locales-globales de formas cuadráticas ayudaron a entender mejor la aritmética de sumas de cuadrados de funciones o números.

Finalmente, quisiera presentar algunos objetos que generalizan formas cuadráticas. Es desconocido si vale el principio local-global para estas generalizaciones, lo que ahora es una pregunta central de mi investigación.