



Seminario de Postgrado

Universidad de Santiago de Chile

18 de Mayo de 2017

Aproximación de números irracionales por racionales

Rodolfo Viera

Departamento de Matemáticas y CC

Universidad de Santiago de Chile.

Resumen

Dado un número irracional α , sabemos que existen números racionales h/k tal que $|\alpha - h/k|$ es pequeño. La pregunta que surge es la siguiente ¿Qué tan pequeño es $|\alpha - h/k|$? Por la densidad de los racionales, dado $\varepsilon > 0$, podemos escoger h/k tal que $|\alpha - h/k| < \varepsilon$ y, si $k > 0$, $|k\alpha - h| < k\varepsilon$. Esta desigualdad sugiere, pero no resuelve, el problema de intentar seleccionar el entero k tal que $k\alpha$ sea arbitrariamente cercano a un entero, el cual podemos plantear de la siguiente forma: dado $\varepsilon > 0$ ¿Existen enteros h y k tal que $|k\alpha - h| < \varepsilon$? En esta línea, enunciaremos y analizaremos resultados de Dirichlet y Liouville sobre buenas (y malas) aproximaciones de irracionales. También veremos otras buenas aproximaciones de un irracional α por racionales mediante la expansión en fracciones continuas de α .

Referencias

- [1] BUGEAUD, Y., *Approximation by Algebraic Numbers*, Cambridge University Press (2004).
- [2] CASSELS, J.W.S, *An introduction to Diophantine Approximation*, Cambridge University Press (1965).
- [3] NIVEN, I, *Irrational numbers*, The Math. Assoc. of Amer. (1956).