

Pixar y los fractales: otro Óscar para la matemática

Andrés Navas, USACH

Presidente de la
Sociedad de Matemática de Chile

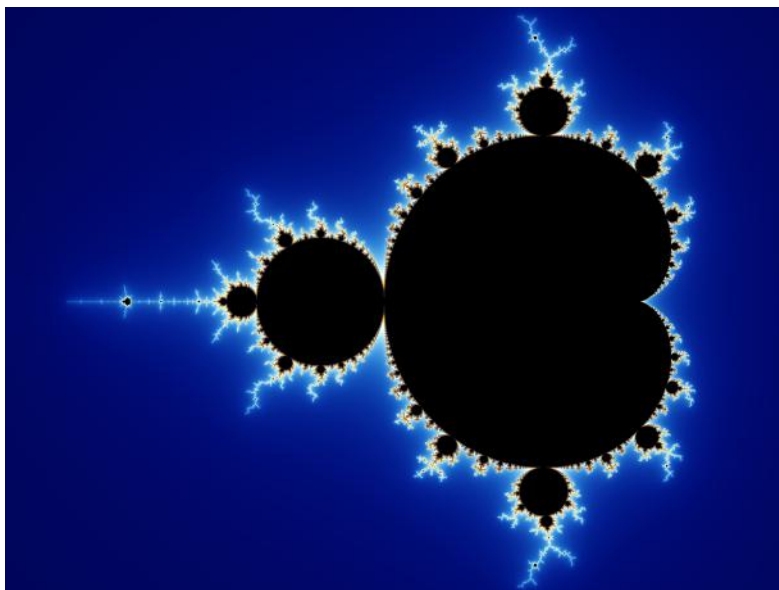


Muy pocos quedaron indiferentes ante la reciente entrega de los premios Óscar. Y es que en un país tan sediento de triunfos como el nuestro, el galardón otorgado a la *Historia de un Oso* será, sin duda alguna, uno de esos escasos trofeos que orgullosamente atesoraremos en nuestra vitrina nacional. Sin embargo, y como era previsible, no faltaron quienes en foros de discusión y redes sociales tendieron a minimizar el premio, llegando incluso a insinuar una supuesta “politización del jurado”. Evidentemente, no tiene sentido alguno detenerse en este tipo de comentarios habituales de quienes sienten nostalgia por una época oscura. Hubo, sin embargo, otro tipo de comentarios –no virulentos, pero sí un poco desmesurados– que merece reflexión: en este breve episodio de fiebre chovinista a la chilena, se acentuó el logro mencionando que se había derrotado a un “gigante como Pixar”, que postulaba en la misma categoría con el cortometraje *Sanjay’s Super Team*. Frente a esto, resulta sano señalar que este coloso de la animación, que hoy es propiedad de Disney, fue en sus inicios una modesta empresa que triunfó en una lucha desigual frente a otros monstruos. Claro está, la razón de su éxito es múltiple, pero en el fondo de él subyace una brillante idea de raíz matemática: el uso de los fractales en computación gráfica.

La historia de Pixar aparece muy bien descrita en su sitio de Wikipedia <https://es.wikipedia.org/wiki/Pixar>. Allí se puede constatar, por ejemplo, que sus orígenes vienen de una empresa de computación orientada a la creación de programas de animación gráfica. La bitácora completa es larga e intrincada, incluyendo relaciones con George Lucas, Steve Jobs y

finalmente Disney. A lo largo de ella hay, sin embargo, un hito decisivo. Hacia fines de los años 70, cuando el desarrollo de los algoritmos de animación computacional era aún muy precario, Loren Carpenter, funcionario de Boeing que había realizado estudios de postgrado tanto en matemática como en computación en la Universidad de Washington, trabajaba afanosamente en mejorar estos procesos. Llegó entonces a sus manos un libro del célebre promotor y divulgador de los fractales, Benoît Mandelbrot. Maravillado al descubrir una teoría tan sencilla como profunda y de tanto potencial, Carpenter se preguntó si estas ideas podían ser aplicadas en su propio trabajo. Tras una iluminadora reflexión, modificó sus programas computacionales y produjo una primera animación, *Vuelo Libre* (<https://vimeo.com/5810737>). Si bien se trata de una cinta de un par de minutos de duración, que hoy puede parecernos básica e incluso tosca, lo cierto es que para la época era una auténtica revolución, tanto así que fue recibida con una verdadera ovación en las primeras conferencias en las que fue presentada. De esta forma nació Pixar, con Carpenter como uno de sus socios fundadores y director científico. Desde ese momento, la historia de la animación 3D cambió para siempre.

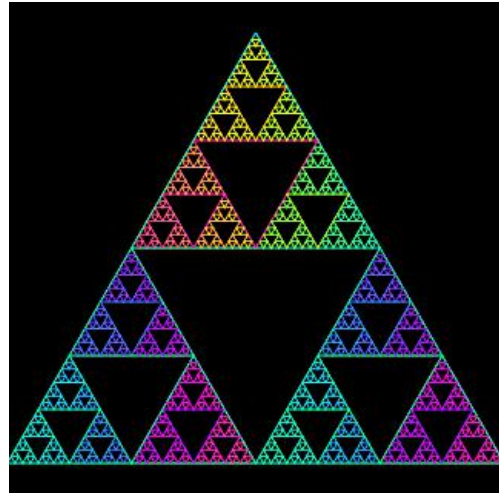
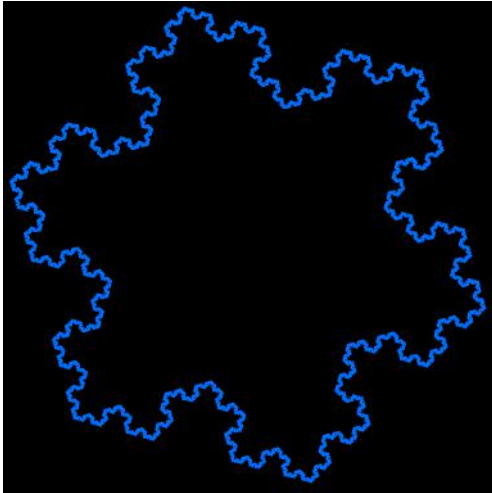
Seguramente usted se ha topado más de una vez con una imagen fractal. Muy conocida es aquella del *conjunto de Mandelbrot*, llamado así en honor al célebre matemático de origen polaco, que de hecho fue quien acuñó el vocablo “fractal” (aunque, dicho sea de paso, este conjunto había sido previamente descubierto por Robert Brooks y J. Peter Matelski).



Quizás el primer fractal de la historia de la matemática se remonte hacia fines del siglo XIX. Este corresponde a una creación del genial –y en un inicio incomprendido e injustamente atacado- Georg Cantor, aquel que reveló a la humanidad la existencia de distintos niveles de infinito y la posibilidad de operar aritméticamente con ellos. La construcción de Cantor es muy sencilla: Del intervalo $[0,1]$ retire el tercio central (sin sacar los puntos del borde), obteniendo dos intervalos de longitud $1/3$, a saber, $[0,1/3]$ y $[2/3,1]$. De cada uno de estos retire el tercio central, obteniendo ahora cuatro intervalos de longitud $1/9$. Continúe con el proceso indefinidamente. Al final, obtendrá un conjunto muy extraño de puntos, que en cierta manera es pequeño pues no incluye ningún intervalo, pero al mismo tiempo es inmenso y de una rica complejidad. A continuación se reproducen los cuatro primeros pasos del proceso (obviamente, resulta imposible reproducirlos todos).



Esta construcción nos da una intuición de qué son los fractales: se trata de objetos geométricos obtenidos por infinitas repeticiones de un mismo proceso, en los cuales la complejidad de una porción (por muy pequeña que esta sea) es igual a la del todo, pues es una copia de una parte relevante de este. En el caso del conjunto de Cantor y otros de naturaleza similar exhibidos abajo (la *curva de Koch* y el *triángulo de Sierpinsky*; vea también https://www.youtube.com/watch?v=MTYW4Re_RsY y <https://www.youtube.com/watch?v=TLxQOTJGt8c>), estas copias corresponden a versiones “homotéticas”, es decir, reproducciones similares pero de distinto tamaño de toda la figura o una parte de ella. Para el conjunto de Mandelbrot las copias son un poco más intrincadas, pero el principio de “autosimilaridad” que opera es nuevamente el mismo (vea <https://www.youtube.com/watch?v=gEw8xpb1aRA>).



El estudio de los fractales se vincula con varias vertientes de la matemática, siendo enormemente gravitantes sus relaciones con los Sistemas Dinámicos (la “teoría del caos”). En esta rama moderna de la matemática, de gran desarrollo en nuestro país (vea <http://dynamicalsystems.cl/>), se estudian justamente procesos –muchas veces derivados de la física, pero también de la geometría, como ocurre con los fractales- en los que una misma ley opera indefinidamente, de modo que es sumamente difícil (y a menudo imposible) predecir el resultado final aunque se cuente con todos los datos. No es de extrañar, entonces, que los fractales exhiban a veces un gran nivel de complejidad.

Los fractales tienen también numerosas aplicaciones prácticas. Por ejemplo, son usados en la fabricación de ciertas placas de calor para cocinas (pues su forma permita optimizar la difusión del calor) y en la de paneles aislantes de ruido para carreteras (en los que las ondas sonoras quedan “vagando indefinidamente”). Sin embargo, en las aplicaciones, muchas veces los procesos no son repetidos indefinidamente, sino un número finito pero elevado de veces, de modo de asegurar el comportamiento deseado. Un ejemplo de esto es el sistema usado para los cables de acero, cuyos precedentes más ancestrales se remontan a las cuerdas que sostenían los puentes colgantes incaicos, tal como señala Garcilaso de la Vega en sus escritos del siglo XVI. La idea es sumamente sencilla: las hebras iniciales se acoplan unas con otras, con un leve giro, para así formar hebras de mayor grosor. Con estas nuevas hebras se procede una vez más a acoplarlas con un leve giro a fin de formar hebras aún mayores. El proceso se repite las veces que sea necesario de acuerdo al peso que se quiere sostener.



Por cierto, los fractales no solo aparecen como una creación humana, sino que están también muy presentes en la naturaleza. Basta observar las ramificaciones de muchas especies de árboles para notar una tendencia fractal en su desarrollo. Nuevamente, aquí tienden a operar procesos en finitos niveles, y no los procesos de infinitos pasos idealizados por la matemática.



Es esta idea de “fractalización”, pero con solo finitas repeticiones de un mismo proceso, la que es utilizada en las animaciones de Pixar. En lugar de describir completamente un paisaje o figura mediante indicaciones precisas, se busca producir un programa que, repitiendo varias veces unas pocas instrucciones, genere una imagen de apariencia muy similar a la que se pretende recrear. Así, no es de extrañar que en la primera animación de Carpenter los contornos sean muy parecidos a los de los fractales exhibidos más arriba. Obviamente, la técnica ha sido mejorada con el curso de los años, pero la idea de base sigue siendo siempre la misma. Su debut en el cine se produjo con la película *Star Trek II: La ira de Khan* (<https://www.youtube.com/watch?v=8abgKbURHk4>), en la cual se usó un programa elaborado por Carpenter en colaboración con Robert Cook denominado REYES (“renders everything you ever saw”).

Desde su creación, Pixar ha acumulado nada menos que 16 premios Óscar. La lista empieza con la recordada *Toy Story*, que es la primera película animada totalmente digital de la historia. De hecho, hay quienes ven en la famosa frase “¡al infinito y más allá!” una alegoría a la matemática, y en particular al trabajo de Cantor. El último Óscar le fue otorgado el pasado domingo 29 de febrero por la película *Inside Out* (presentada en Hispanoamérica con el nombre de *Intensa-Mente*). Ciertamente, la historia de este gigante es una muestra ejemplar de una feliz cadena de innovación. Por un lado, la comunidad académica produce conocimiento de vanguardia, el cual es transmitido por divulgadores científicos y recogido por especialistas con miras a aplicaciones prácticas más inmediatas, todo esto amparado por emprendedores dispuestos a invertir en el recurso más valioso con que cuenta una nación: las ideas y el talento de sus ciudadanos.

Es de esperar ahora que, de la misma forma que Carpenter, los realizadores de la *Historia de un Oso* reciban en Chile todo el apoyo y financiamiento que merece su enorme creatividad. Tal vez este sería un premio incluso mayor que el trofeo logrado. Aunque por cierto, tal como señalara Gabriel Osorio en su breve discurso, la mejor recompensa sería sin duda alguna que las circunstancias que inspiraron su historia no se produzcan nunca más en nuestro país.